

モデルグライダーについての解析的な試み

高崎浩一

Analytical and computational studies on a model glider
Koichi TAKASAKI (koichi.takasaki@nifty.ne.jp)

Key Words: model glider, optimal trajectory, flight dynamics, thermal soaring

Abstract

On a model glider, following computational and analytic studies are shown.

- 1) The optimal trajectories of an RC glider ;
- 2) An eigenvalue analysis of a FF glider which performs steady turn in the effect of vertical wind gradient due to thermal current.

1. モデルグライダーの最適軌道解析

1.1 概要

RCグライダーについて、以下の最適軌道解析を行なったので、第3項までについて報告する。

- 1) ハンドランチグライダーの最適上昇軌道
- 2) ウィンチ上昇の最適軌道 (2次元 / 3次元)
- 3) サーマル中の旋回からの最適離脱軌道
- 4) ダイナミックソアリング

主な記号：

Cl	：揚力係数	Cd	：抗力係数
m	：機体質量	g	：重力加速度
S	：主翼面積	ρ	：空気密度
Θ	：機体ピッチ角	U	：対気速度
V1	：水平方向速度	V2	：垂直方向速度 (下向き正)

1.2 解析手法

解析に使用したプログラムは文献1に基づいて作成されたもので、

評価関数

$$J[\mathbf{u}(t), \sigma, \alpha] = \phi[\mathbf{x}(t_f)] + \int_{t_0}^{t_f} L[\mathbf{x}, \mathbf{u}, \alpha, t] dt \quad (1)$$

を、次の拘束条件のもとで最小化する物である。

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \alpha, t) \quad \text{for } t \in [t_0, t_f] \quad (2a)$$

$$\mathbf{x}_i(t_0) = \begin{cases} \sigma_i, i = 1, 2, \dots, k (\text{unspecified}) \\ \mathbf{x}_{0i}, i = k+1, k+2, \dots, n (\text{given}) \end{cases} \quad (2b)$$

$$\Psi[\mathbf{x}(t_f)] = \mathbf{0} \quad (2c)$$

(x : n 次元状態変数ベクトル, u : m 次元制御入力ベクトル, α : 任意パラメータベクトル, t : 時間)

ただし時間積分スキームと直線探索アルゴリズムは文献1とは異なる物を用いている。

また、全ての解析例において未知の終端時間 t_f はパラメータベクトル α に組み込んでいる。

1.3 RCハンドランチグライダーの最適上昇軌道

地面に垂直な2次元面内で初期速度が与えられたグライダーの最適上昇についての解析である。

機体はハンドランチクラスとし、 $S=0.2\text{sq.m}$, $m=0.3\text{kg}$ としている。

制御入力の関数である揚力係数には式(3a)下のよう上限を設けている。

$$\text{運動方程式：} \begin{cases} \dot{U} \\ \dot{\theta} \end{cases} = \begin{cases} -0.5\rho U^2 C_D S / m - g \sin \theta \\ 0.5\rho U S \sin u - g \cos \theta / U \end{cases} \quad (3a)$$

$$C_D = 0.05 + 0.5(\sin u - 0.2)^2, (C_L = \sin u)$$

$$\text{初期条件：} U = 15, \theta = 0 \quad (3b)$$

$$\text{終端条件：} U = 5, \theta = 0 \quad (3c)$$

$$\text{評価関数：} -\int_{t_0}^{t_f} U \sin \theta \quad (3d)$$

解析結果を図1に示す。機体のCLは比較的緩やかな変化を示し、現在経験則で言われることのある、離脱直後の急激なピッチアップは見られない。

図1 ハンドランチ上昇の軌道と揚力係数

1.4 ウィンチ上昇の最適軌道

1.4.1 2次元面内の場合

地面に垂直な2次元面内でのグライダーの最適ウィンチ上昇についての解析である。

機体の翼面積と質量は、それぞれ $S=0.58\text{sq.m}$, $m=2.4\text{kg}$ である。

制御入力は機体の揚力係数とウィンチ索にかけられる加速度である。(引張速度には速度制限あり)

$$\text{運動方程式：} \begin{cases} \dot{V}_1 \\ \dot{V}_2 \\ \dot{x} \\ \dot{z} \end{cases} = \begin{cases} 0.5\rho S[(V_1^2 + V_2^2)(-C_L \sin \theta - C_D \cos \theta) + a_w \cos \Omega] / m \\ 0.5\rho S[(V_1^2 + V_2^2)(-C_L \cos \theta + C_D \sin \theta) + a_w \sin \Omega + g] / m \\ V_1 \\ V_2 \end{cases} \quad (4.1a)$$

$$\begin{cases} \cos \theta = V_1 / \sqrt{V_1^2 + V_2^2}, \sin \theta = -V_2 / \sqrt{V_1^2 + V_2^2} \\ \cos \Omega = (200 - x) / \sqrt{(200 - x)^2 + z^2}, \sin \Omega = -z / \sqrt{(200 - x)^2 + z^2} \\ C_D = 0.09278 - 0.009652 C_L + 0.022288 C_L^2 \\ C_L = 1.4 \sin u_1 \\ a_w = 2.5[1 - (V_1 \cos \Omega - V_2 \sin \Omega) / 15] g \sin^2 u_2 \end{cases}$$

$$\text{初期条件：} V_1 = 5, V_2 = -8.66 \quad (4.1b)$$

$$\text{終端条件：} V_1 = 10, V_2 = 0 \quad (4.1c)$$

$$\text{評価関数：} \int_{t_0}^{t_f} V_2 \quad (4.1d)$$

解析結果を図2, 3に示す。ズーム上昇を行っているのが分かる。この傾向は翼面荷重が大きくなるにつれ顕著となる。策の伸びまで考慮に入れた解析が今後の課題である。

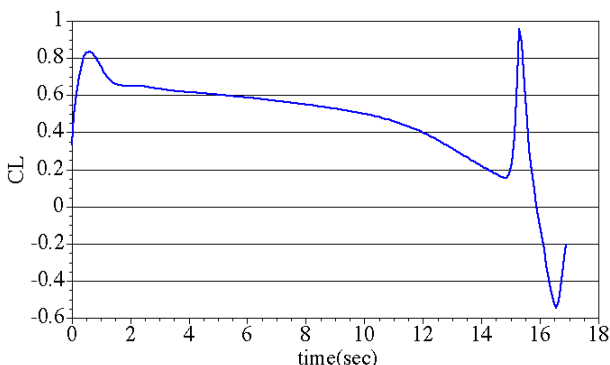


図2 揚力係数の履歴

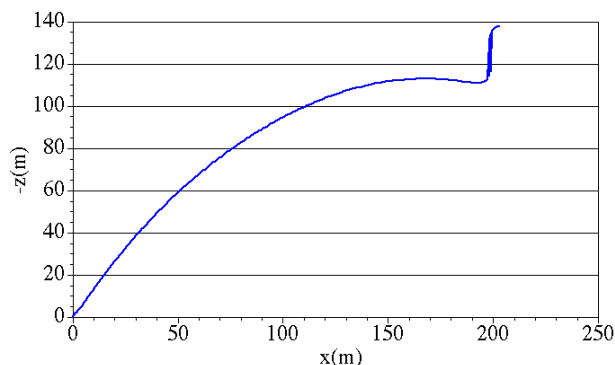


図3 機体の上昇軌跡

1.4.2 3次元の場合

横風の影響を調べるため、先の2次元面内の例に、バンク角の制御入力を加えたモデルについての解析も合わせて行った。運動方程式とその他の条件はスペースの都合上省く。

解析結果を図3に示す。発航後、いったん風下に向かってから風下にバンクをとりながら上昇を行ない、離脱前に少しバンクを戻した後、離脱後は再び風下側にバンクをとっている。

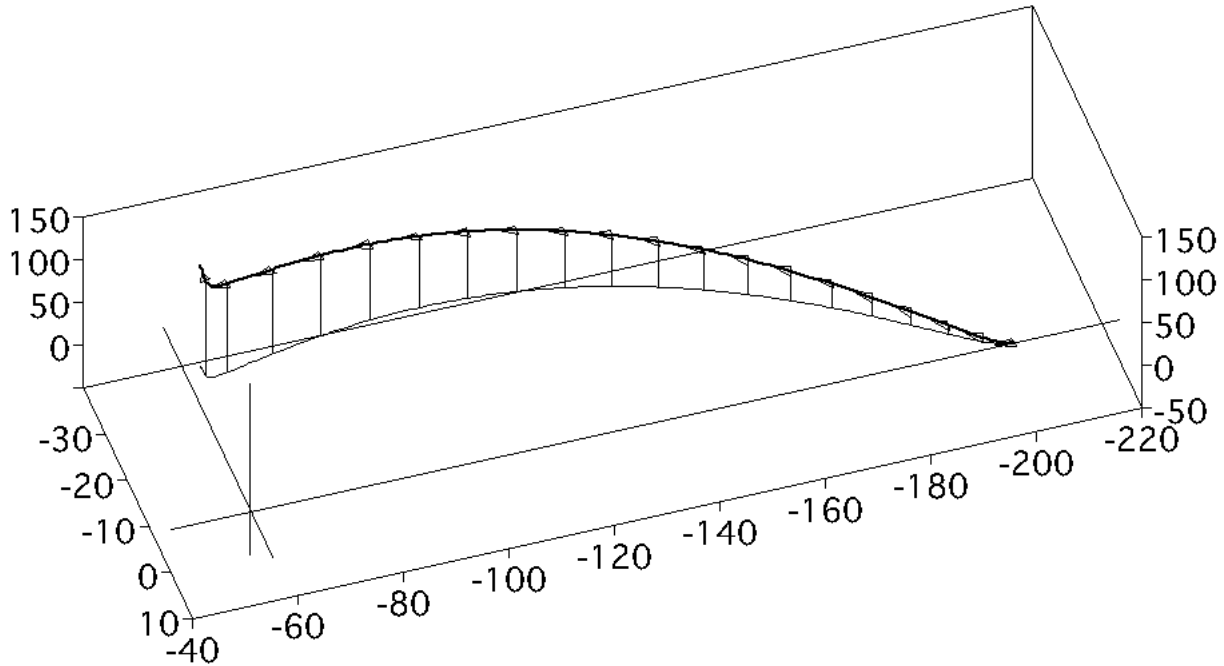


図4 機体の上昇軌跡

1.5 サーマル中の旋回からの最適離脱軌道

あるサーマル中で旋回しているグライダーが次の地点に移動するためそのサーマルを離れる際、最もエネルギー損失の少ない軌道について解析を行なった。この例についてもスペースの都合上運動方程式とその他の条件は省く。サーマルの風速分布は文献2で用いた物と同じである。

解析結果を図5に示す。実機やRCの経験則と同様、旋回外周からサーマルの中心を突っ切るような軌道を描いているのが分かる。

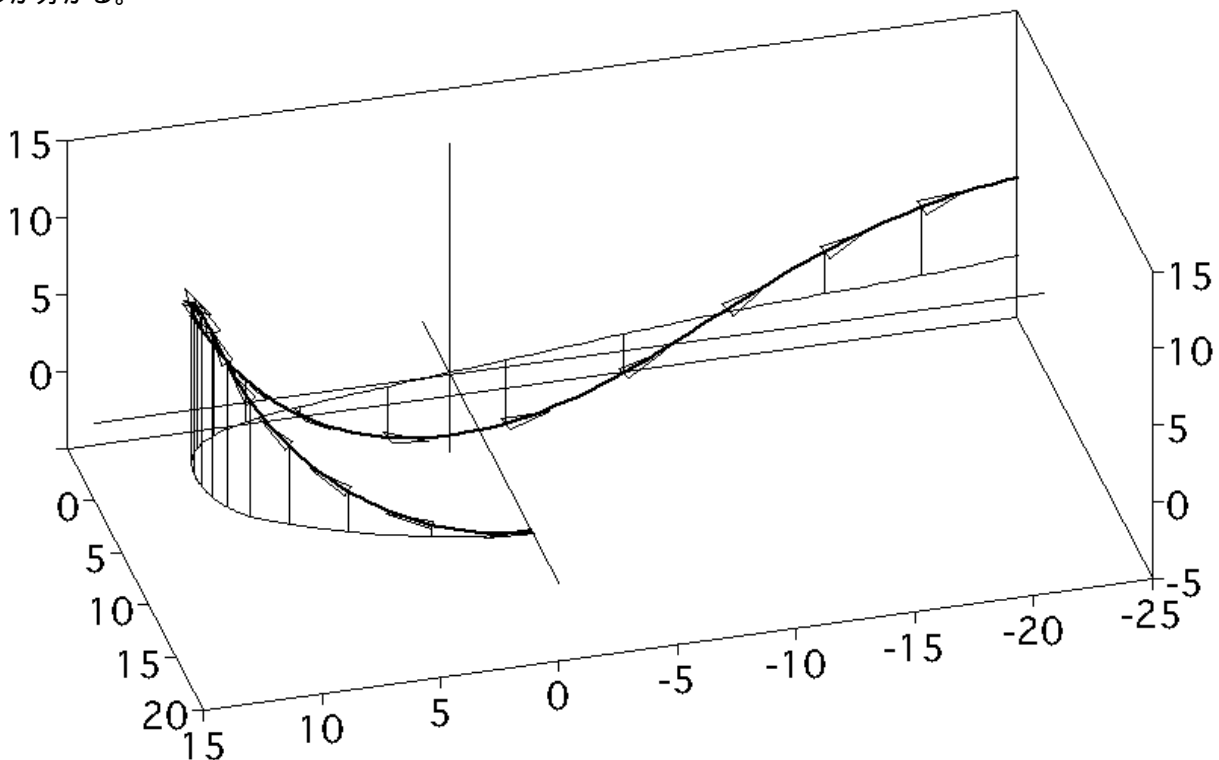


図5 機体の飛行軌跡

2. サーマル内で定常旋回するFFグライダーの固有モード解析

2.1 導入

模型滑空機を飛ばす者にとって、どのようにサーマルに入れるかは最大の関心事の1つである。そのためには、1つには地上でサーマルをどう見つけるかという問題があるが、もう1つは、機体がよりサーマルを捕捉し留まりやすい調整を施すという方法がある。

文献2において、筆者はサーマルの風速分布を組み入れた3次元シミュレーションにより、フリーフライトグライダーのサーマルへの留まり易さと横方向重心位置及びスタブティルトとの関係を示唆する結果を得た。(スタブティルトとは、水平尾翼をロール方向に傾ける旋回の調整方法のことで、特にハンドランチグライダーで多用されるテクニックである。)

今回は、文献2で行われた解析から得られた傾向を検証するため、より単純なモデルを構築してその線形の運動方程式を構成するマトリクスについて固有値と固有モードの解析を行い、機体調整におけるどのファクターがどのような影響を与えるかについて解析を試みた。

主な記号：

U_0, u, \dots : 釣合飛行速度, 飛行速度増分, 迎角増分, 横滑り角増分

$p, q, r, \dots, 0$: ロール/ピッチ/ヨー角速度増分, 方位/バンク角増分, 釣り合いバンク角

M_α, M_q, Z_α etc. : 有次元安定微係数

2.2 モデル機と解析の概要, 結果

モデルとなる機体は、文献2と同様の、筆者設計のケント紙製手投げ滑空機(スパン300mm)である。

観測者を中心にして半径 r_0 の円をバンク角 ϕ_0 , 速度 U_0 , (便宜上)ピッチ角 θ_0 で定常旋回する滑空機の釣り合い点周りで線形化した運動方程式は以下ようになる。

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}_{\text{all}} \mathbf{x} \quad (5)$$

$$\left(\mathbf{A}_{\text{all}} = \left(\mathbf{A} + \mathbf{A}_c + \mathbf{A}_j + \mathbf{A}_a + \mathbf{A}_t \right), \mathbf{x} = [u \ \alpha \ q \ \theta \ \beta \ p \ r \ \phi \ \psi]^T \right)$$

\mathbf{A} : 機体のみの場合の微係数マトリクス

\mathbf{A}_c : コリオリカの影響

\mathbf{A}_j : ジャイロ効果の影響

\mathbf{A}_a : 機体に非対称の調整を施した場合の影響 (重心位置の横方向移動, スタブティルト)

\mathbf{A}_t : サーマルによる垂直方向の風速勾配の影響 (旋回中心方向に向かって線形に増加と仮定)

スペースの都合上, マトリクス \mathbf{A} についてのみ記すと, 以下ようになる。

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} X_u & X_\alpha & 0 & -g \cdot \cos \phi_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & g \cdot \sin \phi_0 \\ \frac{Z_u}{U_0} & \frac{Z_\alpha}{U_0} & \left(1 + \frac{Z_q}{U_0} \right) & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{g}{U_0} \sin \phi_0 & 0 \\ M_u & M_\alpha & M_q & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{Y_\beta}{U_0} & \frac{Y_p}{U_0} & -\left(1 - \frac{Y_r}{U_0} \right) & \frac{g}{U_0} \cos \phi_0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & L_\beta & L_p & L_r & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & N_\beta & N_p & N_r & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

この A_{all} について固有値解析を行うことで、機体の釣り合い点周りの運動モードの安定性と性質が調べられる。サーマル旋回について言えば、モードが全て安定であれば、サーマルから離れることなく運動できるであろう、といえる。図6に、得られた根の一例についてのプロットを示す。解析の結果、現在までに以下の点について確認している。なお、旋回方向は右側である。適切な近似解を求めることがこれからの課題である。

- ・ 1つの固有値以外はすべて安定であり、その固有値の安定性にスタブティルトと横方向重心位置が同程度のオーダーで影響している。
- ・ 横方向重心位置は旋回内側方向が安定側となる。(文献2とは逆の傾向)
- ・ スタブティルトは重心位置に関わらずロールの負方向への傾きで安定側となる。(進行方向を見て反時計回りの方向)

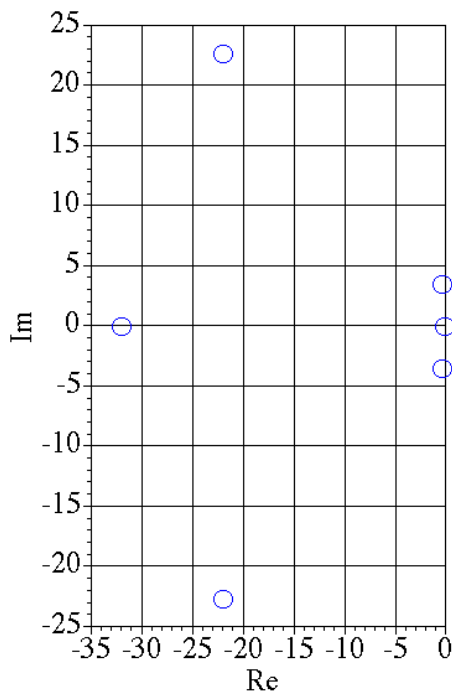


図6 固有値(一部)のプロット

参考文献

1. B.L.Pierson, Panel flutter optimization by gradient projection, International journal for numerical methods in engineering, VOL.9., 271-296
2. 高崎浩一, F F グライダーの調整についての解析的な試み, 第4回スカイスポーツシンポジウム
3. 加藤寛一郎, 航空機力学入門, 東京大学出版会