

模型滑空機の垂直上昇について

高崎浩一（航空宇宙技術研究所）

On the vertical climb of a model glider

Kouichi Takasaki (National Aerospace Laboratory)

Key Words: model airplane, flight dynamics

Abstract

The free-flight model glider launched by a rubber catapult can climb almost vertically and transfer to steady glide if it is properly trimmed. In this paper I will describe how both of these flight-states are obtainable without the needs of moving control surfaces, by introducing two assumptions to original equations of motion. 1) Place Center of Gravity aft of the neutral point; 2) At a given angle of attack C_m drifts to minus value due to leading edge separation.

1. はじめに

手投げもしくはカタパルトで射出される紙またはバルサ製の模型滑空機は、飛行中無操舵にもかかわらず、垂直に近い角度で直線的に上昇し、上昇頂点で滑空状態に遷移させることが調整次第で可能である。そして、このような飛行をさせる調整法は、

- ・主尾翼の取り付け角差を、ゼロ揚力角基準でほぼ 0° にする（以後0-0調整と呼ぶ）
- ・重心位置を可能な限り後方に移動させる

というものである。これまでは普通の線形安定理論ではこの現象を説明することができず、主尾翼の空気力によるたわみ、上昇中と滑空中でのレイノルズ数の違いなどで説明されてきた。

しかし、これらの仮定をいれず、線形揚力モデルに次の2つの仮定

- ・重心位置を全機空力中心の後方に配置する
- ・ある迎角以上で翼の前縁剥離による頭下げモーメントが働く¹⁾

を加えたもので、垂直上昇も含めて実際に現われる現象（背面飛行、揚力の速度無依存性等）が説明できることがわかった。

主な記号：

$C_{m\alpha}, C_{mq}, C_{L\alpha}$	：縦方向無次元安定微係数	M_α, M_q, Z_α	：縦方向有次元安定微係数
C_m	：全機モーメント係数	C_L	：全機揚力係数
\hat{q}	：無次元ピッチ角速度	q	：有次元ピッチ角速度
α	：迎角	ρ	：空気密度
S	：主翼面積	c	：主翼平均空力翼弦長
L	：全機揚力	U	：対気速度
Θ	：機体ピッチ角	g	：重力加速度
m	：機体質量		
h	：平均空力翼弦基準重心位置		
h_n	：平均空力翼弦基準全機空力中心位置		

1.1 モデル機のパラメータおよびシミュレーターの概要

本論で利用するモデル機は、筆者設計のケント紙製手投げ滑空機である。(図1)
 簡単のため、翼型は平板で代用した。
 本モデルを元にしたシミュレータの
 主な空力パラメータを以下に示す。

$$\begin{aligned}
 c_{L\alpha} &= 5.08 \\
 c_{Lq} &= 5.55 \\
 c_{m\alpha} &= c_{L\alpha}(h-h_n) \\
 c_{mq} &= -14.1 \\
 h_n &= 0.71 \\
 c_{i\beta} &= -0.36 \\
 c_{ip} &= -0.67 \\
 c_{lr} &= 0.31c_L \\
 c_{n\beta} &= 0.044 - 0.018c_L \\
 c_{np} &= -0.068c_L \\
 c_{nr} &= -0.0083 - 0.31c_D \\
 m &= 15g
 \end{aligned}$$

c_y の項は無視した。

また、舵面はラダー、エレベーター、
 スタブティルト(水平尾翼のロール方向
 ねじり)の入力が可能であるが本論とは
 直接関係ないので省く。

なお、文献1より c_m にはある迎角以上の
 時、主翼の前縁剥離による迎角に対する
 直線的な変化を追加した。(図2)

失速特性は、 $c_L \geq 0.8$ より大きな
 に対して一定とした。(図3)

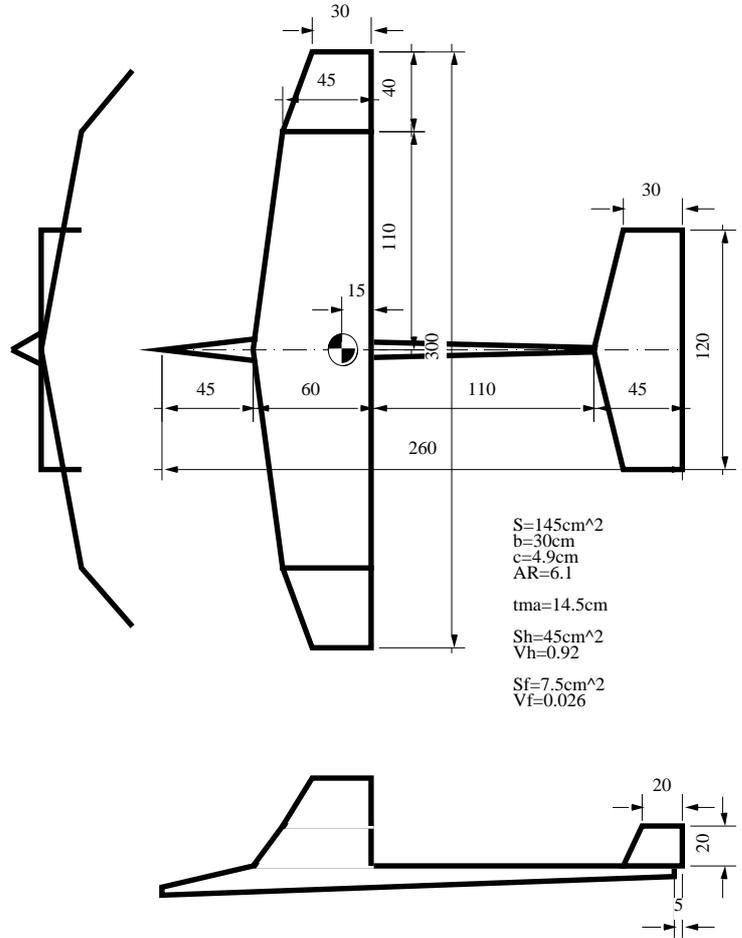


図1 モデル機の概略図

シミュレータの内容は一般的な12個の状態変数(U,V,W,P,Q,R,x,y,z,ψ,θ,φ)の1階微分方程式である
 が、モデル機対気速度 V_a の幅がおよそ5m/s-30m/sと非常に広いことから、 V_a に対する線形化
 は行っていない。

積分スキームは、精度と計算時間の兼ね合いから単純な2次ルンゲ・クッタ法とした。

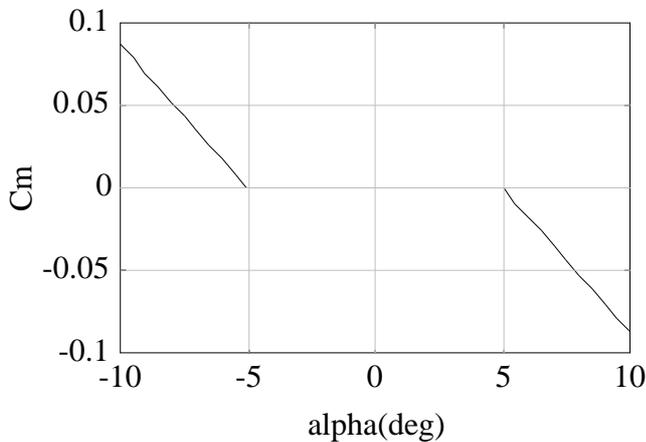


図2 前縁剥離による c_m への影響

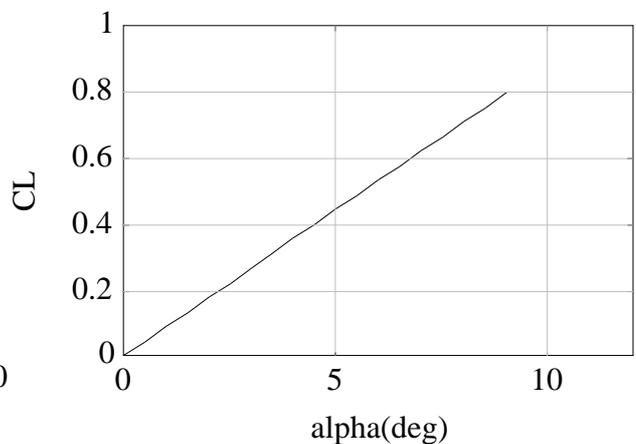


図3 失速を考慮した c_L - α 線図

2. 垂直上昇と上昇頂点後の滑空状態を両立させる条件式

滑空機全機の縦方向の安定式は、0-0調整の仮定を入れて $c_{m0}=0$ とおくと、(c_{Lq} は除外)

$$\begin{aligned} c_m &= c_{m\alpha} \cdot \alpha + c_{mq} \cdot \hat{q} \\ c_L &= c_{L\alpha} \cdot \alpha \end{aligned} \quad \dots \quad (1)$$

また $\dot{\alpha} \approx 0$ とおくと、ピッチ角速度 q と揚力 L との関係は、

$$\begin{aligned} q &= \frac{L}{mU} - \frac{g \cos \Theta}{U} \\ &= \frac{\rho U c_{L\alpha} S}{2m} \alpha - \frac{g \cos \Theta}{U} \end{aligned} \quad \dots \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \hat{q} &= \frac{c}{2U} q \\ &= \frac{c_{L\alpha} \rho S c}{4m} \alpha - \frac{c}{2U^2} g \cos \Theta \end{aligned} \quad \dots \quad (3)$$

(1) ~ (3) 式より

$$c_L = c_{L\alpha} \frac{\frac{c}{2U^2} c_{mq}}{c_{m\alpha} + \frac{\rho c_{L\alpha} S c}{4m} c_{mq}} g \cos \Theta \quad \dots \quad (4)$$

$$\begin{aligned} L &= \frac{1}{2} \rho U^2 S \cdot c_L \\ &= \left(\frac{1}{1 + \frac{4m}{\rho S c} \frac{c_{m\alpha}}{c_{L\alpha} c_{mq}}} \right) mg \cos \Theta \end{aligned} \quad \dots \quad (5)$$

(5) 式より、0-0調整の模型飛行機の揚力の特性として

- ・揚力は飛行速度に依存しない。
- ・揚力は機体重量に比例し、機体のピッチ角のコサインにも比例する。

= 90° (垂直) では揚力は0である。

- ・ = 0 (水平) の場合、揚力は

$$c_{m\alpha} < 0 \quad L < mg$$

$$c_{m\alpha} > 0 \quad L > mg$$

となり、後者の場合は水平飛行が可能である。

よって、同一の機体調整で垂直直線上昇と水平飛行が両立できることが示された。

図4はモデル機をピッチ角80度で発射した場合の軌道である。

完全に0-0調整の機体は、滑空状態に遷移させるのにある程度の初期バンク角が必要である。

また、図5はバンク角0度で水平に機体を射出した場合のシミュレーション結果である。

上式はとても粗い近似であるが、速度が大きく $\dot{\alpha}$ 、 \hat{q} が小さい場合にはよく成り立っている。

なお、このような水平射出は垂直上昇機の0-0調整時によく用いるが、実際にほぼ同じ軌道を描く。

また上式は上下対称であることから、背面飛行についても同様に成り立つ。

この背面飛行は、上反角が少なく後退角のある垂直上昇機が乱気流にあった時によく見られる。

3. 重心後方限界について

前節での水平飛行可能な条件 $c_{m\alpha} > 0$ では、重心位置が全機空力中心よりも後方にある状態であって安定を保つのが不可能に思える。実際前節の仮定での近似は、 $\dot{\alpha} \approx 0$ という粗いものであった。本節では、微小擾乱方程式を用いて縦安定、重心後方限界について考察する。

機体がバンク角 0 、ピッチ角 Θ で飛行している場合、次の仮定

・大局的な運動にほとんど影響を与えない短周期の振動を無視、すなわちピッチ方向慣性モーメント $I_{yy} \approx 0$ をおくと、

$$\begin{aligned} \dot{\alpha} &= \frac{Z_{\alpha}}{U} \cdot \alpha + q - \frac{g}{U} \cos \Theta \\ 0 &= M_{\alpha} \cdot \alpha + M_q \cdot q \\ \dot{\Theta} &= q \end{aligned} \quad \dots \quad (6)$$

となる。乱暴な解だがラプラス変換からこれを解いて、

$$s^2 - \left(\frac{Z_{\alpha}}{U} - \frac{M_{\alpha}}{M_q} \right) s + \frac{M_{\alpha}}{M_q} \frac{g}{U} \sin \Theta = 0 \quad \dots \quad (7)$$

動安定を保つには $\frac{Z_{\alpha}}{U} - \frac{M_{\alpha}}{M_q} \leq 0$ 、すなわち

$$c_{m\alpha} \leq - \frac{\rho S c}{4m} c_{L\alpha} c_{mq} \quad \dots \quad (8)$$

重心位置で見ると、 $c_{m\alpha} = c_{L\alpha} (h - h_n)$ より

$$h \leq h_n - \frac{\rho S c}{4m} c_{mq} \quad \dots \quad (9)$$

となって、動安定で見た重心後方限界は、翼面積と質量が2乗3乗則に従うならば、 c_{mq} の絶対値が大きい程後退することがわかる。この点で無尾翼機は非常に垂直上昇の難しい（実際に行なっている名人はいるが）形態であること、逆に通常形態で水平尾翼容積比とテールモーメントアームを増やすほど垂直上昇の可能な重心範囲が広がる、すなわち調整のやさしい機体になることが推測できる。

また、(9)式の等号時の h を h'_n （真の重心後方限界）とおくと、(5)式は次のようになる。

$$L = \frac{mg \cos \Theta}{1 - \frac{h - h_n}{h'_n - h_n}} \quad \dots \quad (10)$$

(9)、(10)式から、垂直上昇と水平飛行の可能な重心位置は $h_n < h < h'_n$ の範囲にあり、高速時（ピッチ角、迎角変化の少ないとき）の発生揚力がピッチ角と重心位置によってのみ決まることがわかる。ちなみにモデル機では $h'_n \approx 0.91$ とかなり後方であるが、経験から実際の h, h'_n はまだ前方にあると感じる。水平尾翼の効率が本モデルの推定より悪いためだと考えている。

また、実際には、重心位置を全機空力中心よりも後方においた調整では機体は徐々にピッチ角と高度を上げて速度を落とすために、本当に一定の滑空状態を維持できるわけにはいかない。実際の機体は定常滑空を行っているので、新たな仮定が必要である。

4. 翼の前縁剥離によるモーメント係数変化の影響

ここで、文献1のデータ(図6)を参照する。これは図1のような紙飛行機の滑空中のレイノルズ数付近を想定した岡本正人氏の風洞試験結果である。このグラフの C_m (モーメント係数)に注目すると、迎角5度から10度(失速角付近)にわたって前縁剥離泡によるものとみられる、迎角に対して直線的な頭下げモーメントが発生しているのがわかる。この効果による $c_{m\alpha}$ の増分は約-0.1で、モデル機の水平尾翼の寄与分のオーダーという大きなものである。この効果の範囲がちょうど紙飛行機で予想される滑空迎角を含むことは注目すべきである。図5では薄翼の失速特性からこの効果(図3)が広いレイノルズ数の範囲で同様に現われるとしてシミュレーションを行なっている。剥離泡による頭下げモーメントが、迎角およびピッチ角の増加のストッパーとなって定常滑空を可能にしている。

5. その他

本節では本論の他に気付いた点、興味深い点について述べる。

このような0-0調整法の経験則として"上昇パターンはエレベータ、滑空速度は重心位置"というものがあり、実際にこの調整法はうまくいく。これを本論と照らし合わせると、

- 1) 垂直に近い上昇では揚力は重心位置にほとんど依存せず、むしろ細かなエレベータ調整が上昇軌道の曲率を決める。この時点では、重心位置を気にせず(重心位置が全機空力中心より前か後ろかも含めて)エレベータで上昇軌道が直線になるように調整すればよい。
なお、図5の水平射出テストはこの時垂直に機体が落ちてくる危険を避けるためのもので、この場合は経験で大体の最適重心位置がわかっていれば主尾翼の0-0調整ができる。
- 2) エレベータ調整で主尾翼の0-0調整がとれたら今度は水平に滑空させれば、(10)式から重心位置が全機空力中心より後ろかどうか、また主翼の前縁剥離による頭下げモーメントと釣り合う迎角は大体どこかがわかる。

ケント紙製の垂直上昇機は、図1のように尾翼の両端上方に折曲げた形の双垂直尾翼の、いわゆる黒田式が大部分である。動圧によって垂直尾翼が後方に曲げられ、ダウントリムになるために垂直上昇が可能であるというのが定説であるが、この機体も水平射出テストで図5の傾向を示すこと、直線上昇も可能なことから基本的には重心は全機空力中心より後方にあると考える。ただしこの型は完全な垂直上昇が可能であること、また次に述べるバント飛行が、今まで観察してきてこの型のみで可能なことから、やはり動圧による変形も関係しているのではないかと思う。またこのような双垂直尾翼は水平尾翼の揚力傾斜を増加させ、全機空力中心を後退させる効果もあるはずである。先述したバント飛行とは、垂直に近い直線上昇の後に頂点で(地上から見て)機首を90°下げてそのまま滑空状態に入る飛行のことで、最も効率的な上昇方法といえるが、同時に非常に難しく、筆者はまだその調整法を知らない。本シミュレーションでは2次元面でのバント飛行を完全に模擬することはできず、高度損失が避けられなかった。

垂直上昇機は、乱気流などで機首が下を向くと(10)式から回復するための揚力を発生しきれずに墜落することが非常に多い。しかし同式から、重心位置を可能な限り後方に配置すれば回復する可能性は多いはずである。また空力変形の点で双垂直尾翼の利点の一つもここにあると思う。

本論は翼の剥離特性を除けばレイノルズ数、すなわち機体のスケールには関係ない。実際重心位置が比較的后方にあるラジオコントロールのハンドランチグライダー(翼幅1.5m)でも直線上昇と滑空が両立することを確認している。

さいごに、私に飛行理論への興味と、この問題への疑問のきっかけを下さった黒田保さんに、そして数々の資料をご提供下さった松本允介さんに、紙面をお借りしてお礼申し上げます。

参考文献 1. 岡本正人, 模型飛行機のための翼型特性, 第1回スカイスポーツシンポジウム

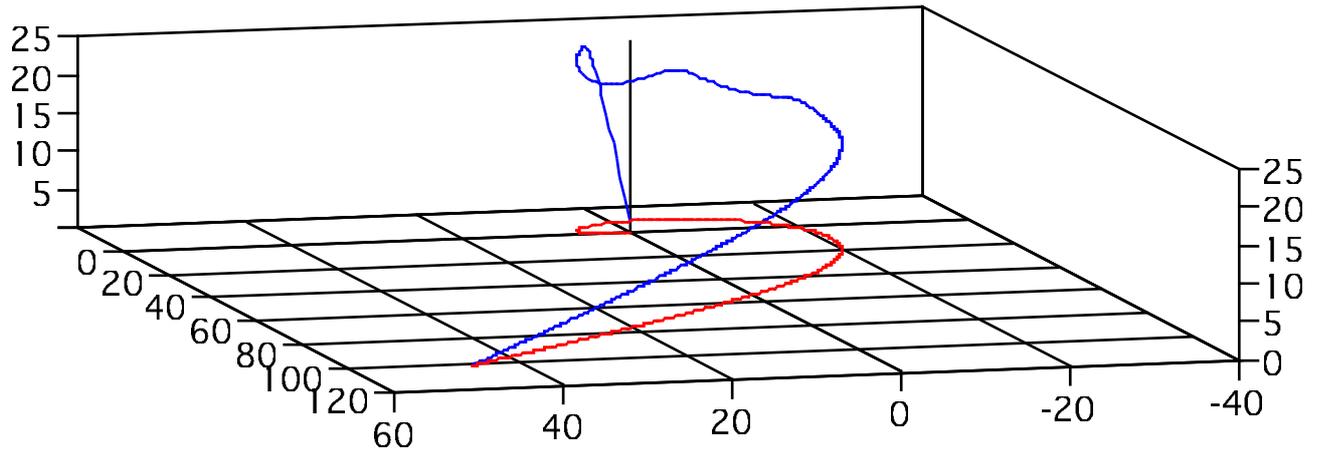


図4 モデル機の直線上昇及び滑空 (初速35m/s, $\alpha = 80^\circ$, $\beta = 60^\circ$, $h = h_n + 0.1$, 滞空時間34秒)

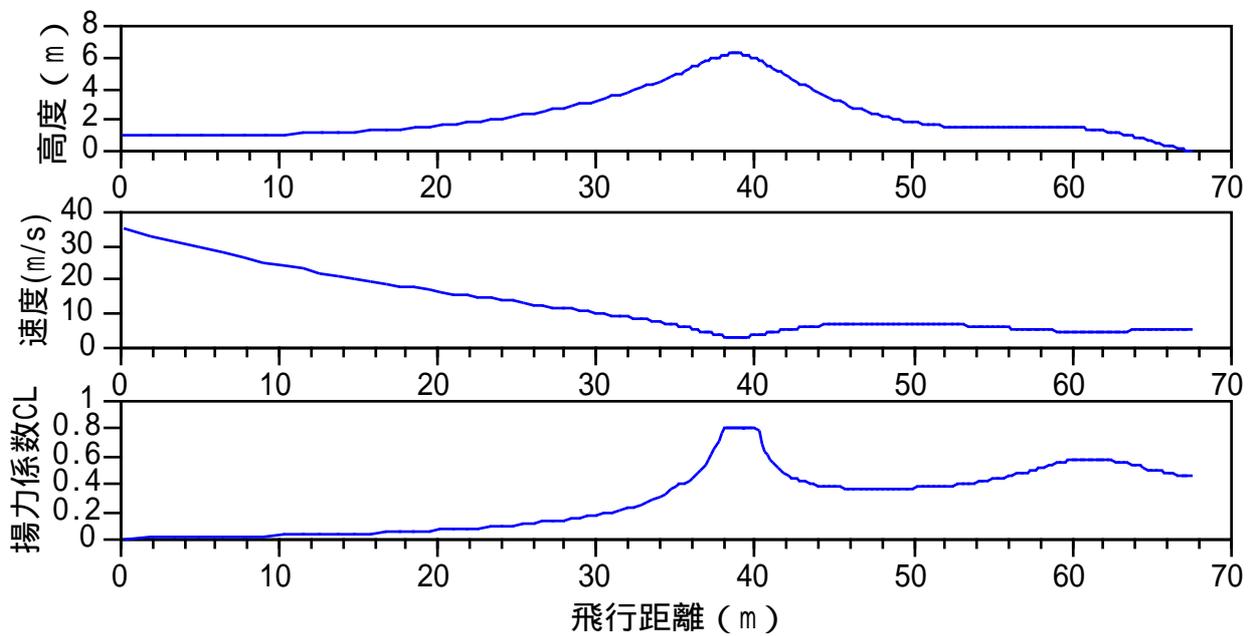


図5 モデル機の水平射出テスト (初速35m/s, $\alpha = 0^\circ$, $h = h_n + 0.05$)